

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) سنالی - (واحدی)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۱۰		سال سوم نظام جدید آموزش متوسطه	
سازمان آموزش و پرورش استان مرکزی			

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مجموعه جواب نامعادله $3x - 2 \leq \frac{x+1}{2}$ را تعیین کرده و به صورت «بازه» بنویسید.	۰,۷۵
۲	اگر $f(x) = 2x - 7$ و $f(g(x)) = 5x + 9$ باشد تابع $g(x)$ را محاسبه کنید.	۱
۳	دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x+1}}$ را تعیین کنید و به صورت بازه بنویسید.	۱,۲۵
۴	هر یک از مقادیر a و b را طوری تعیین نمایید تا نمودارهای دو تابع $y = x^2 + ax + 4b$ و $y = -x - 3b$ روی محور x ها در نقطه ای به طول ۳ یکدیگر را قطع کنند.	۱
۵	تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax+2 & , x > 2 \\ 3x & , x = 2 \\ bx-1 & , x < 2 \end{cases}$ داده شده است. a, b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$	۱,۵
۶	حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{\sin^2 x}$ را محاسبه کنید.	۱,۵
۷	حاصل هر یک از حدهای زیر را بدست آورید؟ الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-5}{x+2}$	۱,۵
۸	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{x-5}$	۱,۲۵
۹	حد تابع مقابل را محاسبه کنید. $\lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{X + \sqrt{X^2 + 3X} - 1}{X - 4}$	۱
۱۰	مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & , x > 2 \\ \frac{ax+3}{2} & , x \leq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوسته باشد.	۱,۵
۱۱	نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+x-2}$ را تعیین کنید.	۰,۷۵

۱	مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در نقطه $x = -2$ با استفاده از «تعریف»، محاسبه نمایید.	۱۲
۲	مطلوب است محاسبه مشتق هر یک از توابع زیر: الف) $y = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ ، ب) $y = \sqrt{x^2 - 4x}$ ج) $y = \sin 3x \cos 2x$ ، د) $y = \tan^2 5x$	۱۳
۲	نمودار تابع $y = x^3 - 3x$ را به کمک جدول تغییرات رسم کنید.	۱۴
۱,۲۵	معادله خط قائم بر منحنی تابع $y = \frac{2x-1}{x-1}$ را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن، بدست آورید.	۱۵
۰,۷۵	مقادیر a, b را طوری بیابید که تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ در نقطه $x = 1$ اکسترممی برابر با ۲ داشته باشد.	۱۶
۲۰	موفق باشید	جمع نمرات

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) (سالی - واحدی)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۱۰	سال سوم نظام جدید آموزش متوسطه	
سازمان آموزش و پرورش استان مرکزی		

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$3x - 2 \leq \frac{x+1}{2} \Rightarrow 6x - 4 \leq x + 1 \quad (0/25) \Rightarrow x \leq 1 \quad (0/25) \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \quad (0/25)$
۲	$f(g(x)) = 2g(x) - 7 = 5x + 9 \Rightarrow 2g(x) = 5x + 16 \quad (0/25) \Rightarrow g(x) = \frac{5x+16}{2} \quad (0/25)$
۳	$\frac{2-x}{x+1} \geq 0 \quad (0/25), x+1 \neq 0 \quad (0/25) \Rightarrow -1 < x \leq 2 \quad (0/5)$ $D_f = (-1, 2] \quad (0/25)$
۴	$(3,0) \begin{cases} 0 = -3 - 3b & (0/25) \\ 0 = 9 + 3a + 4b & (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -1 & (0/25) \\ a = -\frac{5}{3} & (0/25) \end{cases}$
۵	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ax + 2 = \frac{2a}{(0/25)} + 2 \Rightarrow 2a + 2 = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} bx - 1 = 2b - 1 \quad (0/25) \Rightarrow 2b - 1 = -1 \Rightarrow b = 0 \quad (0/25)$
۶	$(0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos^2 x + \cos x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{1+1+1}{1+1} = \frac{3}{2} \quad (0/25)$
۷	$\dots) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3} = \frac{0}{0}$ $(0/25) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(2x+3)(x-1)} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2x+3} = \frac{1-1}{2(1)+3} \quad (0/25) = 0 \quad (0/25)$ $\dots) \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-5}{x+2} = \frac{-2^+ - 5}{-2^+ + 2} = \frac{-7}{0^+} \quad (0/25) = -\infty \quad (0/25)$

<p> $\dots) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1}-4}{x-5} = \frac{\sqrt{3(5)+1}-4}{5-5} = \frac{0}{0} \text{ مبهم} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\sqrt{3x+1}-4}{x-5} \times \frac{\sqrt{3x+1}+4}{\sqrt{3x+1}+4} \right) (0/25) =$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} (0/25) = \frac{3}{\sqrt{3(5)+1}+4} (0/25) = \frac{3}{8} (0/25)$ </p>	<p>۸</p>
<p> $\lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{X + \sqrt{X^2(1 + \frac{3}{X} - \frac{1}{X^2})}}{X(1 - \frac{4}{X})} (0/25) = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{X(1 + \sqrt{1 + \frac{3}{X} - \frac{1}{X^2}})}{X(1 - \frac{4}{X})} (0/25) = 2 = (0/25)$ </p>	<p>۹</p>
<p> $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \quad (0/25) \quad \text{شرط پیوستگی}$ $f(2) = \frac{a(2)+3}{2} = \frac{2a+3}{2} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - ax) = 2^2 - a(2) = 4 - 2a \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{ax+3}{2} \right) = \frac{2a+3}{2} \quad (0/25)$ $\frac{2a+3}{2} = 4 - 2a \quad (0/25) \quad 2a+3 = 8 - 4a \quad a = \frac{5}{6} \quad (0/25)$ </p>	<p>۱۰</p>
<p> $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 1 \quad (0/25) \Rightarrow$ <p style="text-align: right;">تابع در نقاط به طول ۱ و ۲- ناپیوسته است. (۰/۲۵)</p> </p>	<p>۱۱</p>
<p> $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} (0/25) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{-2}}{x + 2} (0/25)$ $= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2+x}{2x(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{2x} (0/25) = -\frac{1}{4} (0/25)$ </p>	<p>۱۲</p>

$\text{الف) } y' = \frac{-(2x+3)}{(x^2+3x+2)^2} \quad (0/25)$ $\text{ب) } y' = \frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x}} \quad (0/25)$ $\text{ج) } y' = 3\cos 3x \cos 2x \quad (0/25) - 2\sin 2x \sin 3x \quad (0/25)$ $\text{د) } y' = 10 \tan 5x \quad (0/25) (1 + \tan^2 5x) \quad (0/25)$	۱۳
---	----

$D=R \quad (0/25) \Rightarrow x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow \pm\infty \quad (0/25) \quad , y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad (0/25), x = -1 \quad (0/25) \Rightarrow$ $y'' = 6x \Rightarrow x=0 \quad y=0 \quad (0/25)$	۱۴																		
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; margin-left: 10px;"> <p>(0/25)</p> <p>(0/25)</p> <p>max</p> <p>min</p> </div>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	2	0	-2	$+\infty$	
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+														
y	$-\infty$	2	0	-2	$+\infty$														

$x=2 \Rightarrow y = \frac{2(2)-1}{2-1} = 3 \quad (0/25) \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x-1)^2} \quad (0/25) \Rightarrow m = \frac{-1}{(2-1)^2} = -1 \quad (0/25) \Rightarrow$ $m' = \frac{-1}{m} \rightarrow m' = 1 \quad (0/25) \Rightarrow y - 3 = 1(x - 2) \quad (0/25) \Rightarrow y = x + 1$	۱۵
--	----

$\left. \begin{aligned} A \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} \in \text{تابع} \Rightarrow 2 = f^3 + a \times 1 + b \Rightarrow a + b = 1 \quad (0/25) \\ y' = 3x^2 + a \Rightarrow 0 = 3 \times 1^2 + a \Rightarrow a = -3 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = 4 \quad (0/25)$	۱۶
---	----

ضمن عرض خسته نباشید نظر همکاران محترم برای راه حل‌های صحیح دیگر صائب است. با تشکر