

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی کشوری درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۰۶ / ۰۳ / ۱۳۸۵		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	نامعادله مقابل را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه نشان دهید. $-\frac{1}{2} < 2 - 2x < x - 1$	۱
۱	در تابع $y = ax^2 + bx + 1$ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید تا نمودار تابع از نقطه $(1, 1)$ گذشته و محور x ها را در نقطه ای به طول -1 قطع کند.	۲
۱	دامنه تابع زیر را تعیین کنید. $f(x) = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$	۳
۱	اگر $f(x) = 2x - 5$, $f(g(x)) = 5x + 4$ باشد تابع $g(x)$ را محاسبه نمایید.	۴
۱	تابع $f(x) = \begin{cases} (a+1)x + 2 & x > -2 \\ -2x^2 + b & x < -2 \end{cases}$ مفروض است. مقادیر a, b را چنان بیابید که: $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -4$	۵
۴/۷۵	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+5}{x^2-4}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 13x - 10}{x^2 - 6x + 5}$ د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{x-1}}{5x - \sqrt{x}}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \sin 3x}{\sin^2 x}$ و) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$	۶
۱/۵	مقادیر a, b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x+b}{x-1} & , x > -1 \\ 0 & , x = -1 \\ ax^2 - (a+1)x - 7 & , x < -1 \end{cases}$ در نقطه $x = -1$ پیوسته باشد.	۷
« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »		

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی کشوری درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۰۶ / ۰۳ / ۱۳۸۵		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵	

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۰/۷۵	نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{2x+2}{x^2+x-2}$ را تعیین کنید.	۸
۱	فرض کنید به ازای $-1 \leq x \leq 1$ داشته باشیم: $\sqrt{3-x^2} \leq f(x) \leq \sqrt{3+x^2}$ ، حد تابع $\frac{1}{f(x)}$ را وقتی $x \rightarrow 0$ تعیین کنید.	۹
۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 3x$ را در نقطه‌ی $x = 1$ بیابید.	۱۰
۲	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید: (ساده کردن مشتق لازم نیست.) الف) $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}$ ب) $g(x) = \sin^2(1-x^2) + tg \sqrt{x}$ ج) $h(x) = (v-4x^2)^3$	۱۱
۱	معادله خط مماس بر منحنی $y = x^2 + x + 1$ را در نقطه‌ی ای به طول $x = 1$ واقع بر این منحنی به دست آورید.	۱۲
۱/۵	تابع $y = ax^2 + bx + c$ مفروض است. مقادیر a, b, c را چنان بیابید که منحنی نمودار تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ی ای به عرض ۲ قطع کند و نقطه‌ی $M(1, 0)$ نقطه‌ی مینیمم تابع باشد.	۱۳
۱/۵	جهت تغییرات و نمودار $y = x^2(2x-3)$ را رسم کنید.	۱۴
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۰۶ / ۰۳ / ۱۳۸۵	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسرکشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$\begin{cases} -\frac{1}{2} < 2-2x \Rightarrow 2x < 2 + \frac{1}{2} \Rightarrow 2x < \frac{5}{2} \Rightarrow x < \frac{5}{4} \quad (./25) \\ 2-2x < x-1 \Rightarrow -2x-x < -2-1 \Rightarrow -3x < -3 \Rightarrow x > 1 \quad (./25) \end{cases} \Rightarrow 1 < x < \frac{5}{4} \quad (./25)$ $\text{مجموعه جواب} = \left(1, \frac{5}{4}\right) \quad (./25)$	
---	--	--

۲	$\begin{aligned} (1,1) &\rightarrow \begin{cases} 1 = a+b+1 \quad (./25) \\ -1 = a-b+1 \quad (./25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \quad (./25) \\ b = +\frac{1}{2} \quad (./25) \end{cases} \end{aligned}$	
---	---	--

۳	$D_f = \left\{ x \mid x \in R, 2x - \frac{\pi}{6} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \right\} \Rightarrow D_f = \left\{ x \mid x \in R, 2x \neq k\pi + \frac{2\pi}{3} \right\} = \left\{ x \mid x \in R, x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right\}$ <p style="text-align: center;">(./5) (./5)</p>	
---	--	--

۴	$f(g(x)) = 2g(x) - 5 = 5x + 2 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}(5x + 9) \quad (./5)$ <p style="text-align: center;">(./25) (./25)</p>	
---	--	--

۵	$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -4 \rightarrow \begin{cases} -a+2 = -4 \quad (./25) \\ -22+b = -1 \quad (./25) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 6 \quad (./25) \\ b = 21 \quad (./25) \end{cases}$	
---	---	--

۶	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2-\sqrt{x+9}}{x} \times \frac{2+\sqrt{x+9}}{2+\sqrt{x+9}} \right) \quad (./25)$</p> <p>ب) $\frac{11}{-} \quad (./25) = -\infty \quad (./25)$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(2+\sqrt{x+9})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2+\sqrt{x+9}} = \frac{-1}{6} \quad (./25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2x+2)(x-5)}{(x-1)(x-5)} = \frac{2(5)+2}{5-1} = \frac{12}{4} \quad (./25)$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{\Delta} = \begin{cases} x \rightarrow +\infty \rightarrow +\infty \quad (./25) \\ x \rightarrow -\infty \rightarrow -\infty \quad (./25) \end{cases}$</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right) \left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)}{\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2} \quad (./25)$ (ع) = $\frac{(1)(1)}{1^2}$ (ع) = 1 (./25)</p> <p>و) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1-\cos x} = \frac{1}{1-1} = +\infty \quad (./25)$</p>	
---	--	--

ادامه در صفحه ی دوم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۰۶ / ۰۳ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

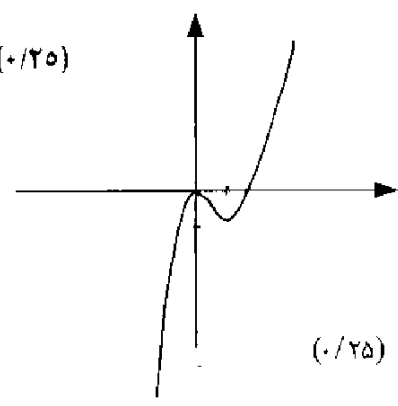
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)$ <p>شرط پیوستگی (۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+b}{x-1} = \frac{-1+b}{-2} \quad (۰/۲۵) \quad f(-1) = ۰ \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} ax^2 - (a+1)x - ۷ = a - (a+1)(-1) - ۷ = 2a - 6 \quad (۰/۲۵)$ $2a - 6 = ۰ \Rightarrow a = 3 \quad (۰/۲۵)$ $\frac{-1+b}{-2} = ۰ \Rightarrow b = 1 \quad (۰/۲۵)$	
۸	$x^2 + x - 2 = ۰ \Rightarrow (x+2)(x-1) = ۰ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ <p>تابع در نقاط به طول ۱ و ۲ ناپیوسته است. (۰/۲۵)</p>	
۹	<p>طبق قضیه فشردگی داریم:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{3-2x^2} = \sqrt{3} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{3+x^2} = \sqrt{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \sqrt{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	
۱۰	$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x_0 + \Delta x)^2 + 2(x_0 + \Delta x) - x_0^2 - 2x_0}{\Delta x} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(2x_0 + \Delta x + 2)}{\Delta x} = 2x_0 + 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f'(1) = 2(1) + 2 = 4 \quad (۰/۲۵)$ <p>$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \dots$ یا از راه</p>	
۱۱	<p>الف) $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} \times x^2 - 2x^2 \sqrt{4-x^2}$ (۰/۷۵)</p> <p>ب) $g'(x) = 2(-2x) \cos(1-x^2) \sin(1-x^2) + \frac{1}{2\sqrt{x}} \times (1+2g^2\sqrt{x})$ (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p>ج) $h'(x) = 2(-12x^2)(7-4x^2)^2$ (۰/۵)</p>	
«ادامه در صفحه ی سوم»		

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۰۶ / ۰۳ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	$x=1 \Rightarrow y=3 \quad (./25)$ $f'(x)=3x^2+1 \Rightarrow m=f'(1)=4 \quad (./25)$ $y-y_1=m(x-x_1) \quad (./25) \Rightarrow y-3=4(x-1) \Rightarrow y=4x-1$ معادله خط مماس $(./25)$
----	--

۱۳	$(0,2) \xrightarrow{\text{در تابع}} 2=c \quad (./25)$ $(1,0) \xrightarrow{\text{در تابع}} 0=a(1)^2+b(1)+2 \Rightarrow a+b=-2 \quad (1) \quad (./25)$ $y'=2ax^2+b \Rightarrow 2a(1)^2+b=0 \Rightarrow 2a+b=0 \quad (2) \quad (./25)$ $(1),(2) \Rightarrow \begin{cases} a+b=-2 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow a=1, b=-3 \quad (./5)$
----	---

۱۴	$y'=2x(2x-2) + 2x^2=6x^2-6x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ و } y=0 \\ x=1 \text{ و } y=-1 \end{cases} \quad (./25)$ $y''=12x-6=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ و } y=-\frac{1}{2}$ نقطه عطف $(./25)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>-5</td> <td>0</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>-1</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <div style="display: inline-block; text-align: center;"> \swarrow max \searrow \swarrow min \searrow $(./5)$ </div> 	x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y	$-\infty$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	4	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$																		
y'		+	0	-	0	+																			
y	$-\infty$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	4	$+\infty$																		

جمع نمره	۲۰
----------	----

مصححین محترم با عرض خسته نباشید
 لطفاً برای راه حلهای درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.