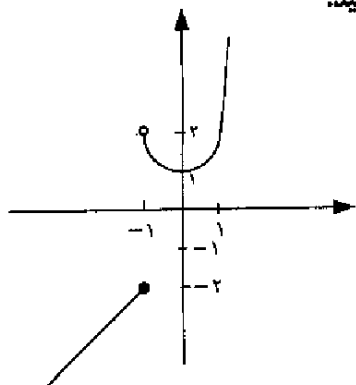


باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۵ / ۶ / ۲		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی سال ۱۳۸۵	

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر $A = \{x   x \in R, -2 < x < 1\}$ و $B = \{x   x \in R, x < 4\}$ و $C = \{x   x \in R, x \geq -1\}$ باشد، حاصل $(A \cap B) \cup C$ را بصورت بازه بنویسید.	۱
۲	اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، $a$ و $b$ و $c$ را طوری بیابید که سهمی محور $x$ ها را در نقطه ای بطول ۲ و محور عرضها را در نقطه‌ی ۱- قطع کند و از نقطه $(3, 1)$ بگذرد.	۱/۲۵
۳	دامنه تابع مقابل را تعیین کرده و آنرا بصورت فاصله بنویسید. $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$	۱
۴	اگر $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ باشند، مطلوبست: الف) محاسبه $(f - 2g)(3)$ ب) محاسبه $(f \circ g)(x)$	۰/۷۵
۵	شکل مقابل نمودار تابع $f$ است. حاصل هر یک از عبارات های زیر را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$	۱
۶	حد توابع زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2-x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 5x - 6}{(\delta x + 7)^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\delta x^2}{x^2 - 4}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2 \sin x}$ ه) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 2}{x^2 - 1}$	۴/۵
۷	اگر به ازای هر $x$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ داشته باشیم $2 - \cos^2 x \leq f(x) \leq 2 + x^2$ مطلوب است: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ محاسبه	۱
«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»		



باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۵ / ۶ / ۲		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی سال ۱۳۸۵	

نمره	سوالات	ردیف
۱/۵	$f(x) = \begin{cases} 2ax^2 + bx + 1 & x < 1 \\  x  & x = 1 \\ a\sin(x-1) + 2b & x > 1 \end{cases}$ در تابع $f(x)$ ضرایب $a$ و $b$ را چنان بیابید که تابع در $x=1$ پیوسته باشد.	۸
۱	تابع $f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 2x + 2}$ در چه فاصله‌ی ای پیوسته است؟	۹
۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ را در نقطه‌ی $x=0$ بدست آورید.	۱۰
۲	مشتق تابعهای زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{2x+1}{2x+2}\right)^2$ ب) $g(x) = \operatorname{tg}(2x^2 + 1)\sin x$ ج) $h(x) = 2 + \sqrt{x^2 + 2}$	۱۱
۱/۲۵	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 2}$ را در نقطه‌ی ای بطول ۲ واقع بر منحنی این تابع بدست آورید.	۱۲
۱/۲۵	تابع $y = x^3 + ax^2 + b$ مفروض است. ضرایب $a$ و $b$ را چنان بیابید که $A(-1, 0)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۱۳
۱/۵	جهت تغییرات و نمودار $y = (x-2)^3 + 1$ را رسم کنید.	۱۴
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»	

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۵ / ۶ / ۲	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در دوره ی تابستانی سال ۱۳۸۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$A = (-2, 1)$ , $B = (-\infty, 4)$ , $C = [-1, +\infty)$ (۰/۵) $A \cap B = (-2, 1) \cap (-\infty, 4) = (-2, 1)$ (۰/۲۵) $(A \cap B) \cup C = (-2, 1) \cup [-1, +\infty) = (-2, +\infty)$ (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	$(2, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = 2a + 2b + c$ (۰/۲۵) $(0, -1) \in \text{سهمی} \Rightarrow -1 = c$ (۰/۲۵) $\begin{cases} 9a + 2b = 2 \\ 2a + 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵) , $b = +\frac{1}{6}$ (۰/۲۵) $(2, 1) \in \text{سهمی} \Rightarrow 1 = 9a + 2b - 1$ (۰/۲۵)	۲
۱	$\begin{cases} x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 & (۰/۲۵) \\ x \neq 0 & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow D_f = \{x   x \geq -2\} - \{0\} \Rightarrow D_f = [-2, 0) \cup (0, +\infty)$ (۰/۵)	۳
۰/۷۵	الف) $f(2) = 6$ , $g(2) = 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (f - g)(2) = 6 - 4 = 2$ (۰/۲۵) ب) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x+1})^2 - 2$ (۰/۲۵)	۴
۱	الف) ۲ (۰/۲۵)      ب) ۲ (۰/۲۵)      ج) ۱ (۰/۲۵)      د) حد ندارد (۰/۲۵)	۵
۴/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(2-x)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(2-x)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{-1}{4}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{25x^2} = \frac{2}{25}$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2}{x^2 - 4} \begin{cases} \nearrow \frac{-20}{0^+} = -\infty & (۰/۵) \\ \searrow \frac{-20}{0^-} = +\infty & (۰/۵) \end{cases}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2 \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2} = 0$ (۰/۲۵) هـ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x+2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+2}{x-1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	۶
۱	$\lim_{x \rightarrow 0} (3 - \cos^2 x) = 3 - 1 = 2$ , $\lim_{x \rightarrow 0} (2 + x^2) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$ طبق قضیه فشرده‌گی داریم:	۷
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$ (۰/۲۵) شرط پیوستگی	۸
« ادامه در صفحه‌ی دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۵ / ۶ / ۲
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در دوره ی تابستانی سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a \sin(x-1) + 2b) = 2b \quad (./۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2ax^2 + bx + 1) = 2a + b + 1 \quad (./۲۵) \Rightarrow$ $f(1) =  1  = 1 \quad (./۲۵)$ $2b = 2a + b + 1 = 1 \quad (./۲۵) \Rightarrow b = \frac{1}{2}, \quad 2a = \frac{-1}{2} \rightarrow a = \frac{-1}{4} \quad (./۲۵)$	
-----	---	--

۱	$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \quad (./۵) \quad \text{فاصله پیوستگی: } (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty) \quad \text{یا } \mathbb{R} - \{1, 2\} \quad (./۵)$	۹
---	--	---

۱	$f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+1} - 1}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x - 1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(x+1)} = -1 \quad (./۲۵)$ $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \text{یا از راه}$	۱۰
---	---	----

۲	<p>الف) <math>f'(x) = 2 \left( \frac{2x+1}{2x+2} \right) \left( \frac{2(2x+2) - 2(2x+1)}{(2x+2)^2} \right) \quad (./۲۵)</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = 2x(1 + \tan^2(2x^2 + 1)) \sin x + 2 \tan(2x^2 + 1) \cos x \quad (./۲۵)</math></p> <p>ج) <math>h'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 2}} \quad (./۵)</math></p>	۱۱
---	--	----

۱/۲۵	$x=2 \Rightarrow y=2 \quad A(2, 2) \quad (./۲۵) \quad f'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+2}} \quad (./۲۵) \Rightarrow m_A = \frac{3}{4} \quad (./۲۵)$ $y-2 = \frac{3}{4}(x-2) \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \quad (./۵) \quad \text{معادله مماس}$	۱۲
------	--	----

۱/۲۵	$y' = 2x^2 + 2ax \quad y'' = 4x + 2a \quad (./۲۵)$ $A(-1, 0) \Rightarrow \begin{cases} 0 = 6(-1) + 2a \quad (./۲۵) \Rightarrow -6 + 2a = 0 \rightarrow a = 3 \quad (./۲۵) \\ 0 = (-1)^2 + a(-1)^2 + b \quad (./۲۵) \Rightarrow -1 + a + b = 0 \Rightarrow -1 + 3 + b = 0 \rightarrow b = -2 \quad (./۲۵) \end{cases}$	۱۳
------	---	----

۱/۵	$y' = 2(x-2)^2 = 0 \rightarrow x=2, y=1 \quad (./۲۵)$ $y'' = 4(x-2) = 0 \rightarrow x=2, y=1 \quad (./۲۵) \quad \text{نقطه عطف}$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <div style="display: inline-block; text-align: center;"> <p>(./۵)</p> </div>	x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$	y'		+	۰	+		y	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$	۱۴
x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$															
y'		+	۰	+																
y	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$															

۲۰	مصححین محترم برای راه حل های درست دیگر بازم را به تناسب تقسیم فرمایید.	
----	--	--